

正三角形を折り紙で作る方法の実践的研究

柿原聖治

愛知東邦大学

正三角形を折り紙で作る方法の実践的研究

柿原 聖治

目次

1. はじめに
2. 試行1回目
3. 試行2回目
4. 正方形から作る
5. 応用・発展
6. おわりに

1. はじめに

『幼稚園教育要領』と『保育所保育指針』にはともに「日常生活の中で数量や図形などに関心をもつ」という項目がある^{1,2)}。また、『小学校学習指導要領』の算数で「図形を構成する要素に着目して、二等辺三角形や正三角形などの図形について理解できるようにする」が第3学年にある³⁾。

正三角形を折り紙で作る方法はよく知られていて、授業にも取り上げられている⁴⁾。折り紙を授業に取り入れることは、動機づけに役立つばかりでなく、様々な学習段階で、図形の理解を促し、思考力を深めることができる。一方、正三角形づくりの難しさについて扱った先行研究はない。実際、教育学部の学生に正三角形を作る活動を行わせたところ、全員が作るができなかった。教員免許状更新講習でも小・中学校の先生15人ほどに正三角形の作り方を考えてもらったが、なかなか難しいと言われ、全員はできなかった。これらのことから、この活動は奥が深いことが分かった。

この研究は、正三角形を作る方法を考えさせることを通して、どのような学習につなげることができるかについて提案することを目的とする。

2. 試行1回目

(1) 作品の状況

学生に正三角形を作るように、紙を配った。身近なもので作らせようと考え、市販の折り紙を使わず、新聞のチラシを使った。ところが、58人全員が作れなかった。ほとんどが図1のような直角二等辺三角形を作っていた。三辺の長さが同じではないと指摘して、再考を促したができなかった。学生の中には、図1から更に折ったりして苦心していたが、それでも正三角形ではなかった。

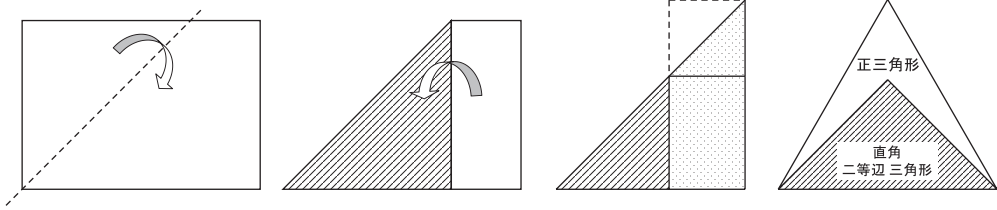


図1. 学生の間違った折り方

(2) 辺の長さに注目した折り方

そこで、三辺を等しくすれば正三角形になるという条件の確認を行い、改めて、図1の二等辺三角形の等しい二辺と底辺をそろえる方法を考えさせた。

その際、具体的な問いかけとして、用紙の縦辺を底辺として二等辺三角形を作るにはどう折ればよいか、を考えさせた(図2左)。折り方を教える前に、まず考え方から始めた。縦辺の両端からコンパスで縦辺の幅で弧を描き、交差したところを結ぶ、という発想は出てきたが、それを折り紙で再現することは難しく、アイデアは出なかった。

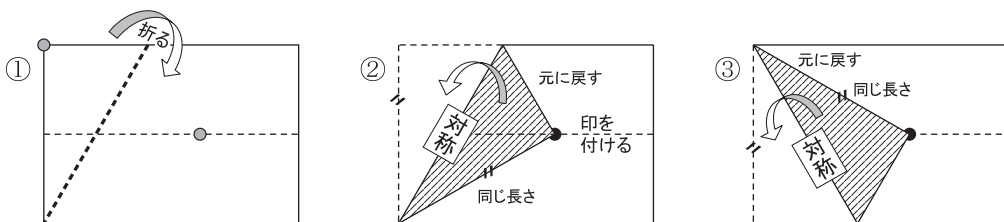
そこで、図2右のように、半分に折らせ、折り目に注目させた。これで上下の二辺は等しくなる。次に、三辺を等しくするには「縦辺 = a」にすればよいが、これを折り紙で実現するには、どう折ればよいか、を考えさせた。



図2. 三辺を等しくするには？

そうすると、縦辺を折り目に向かって折ればよいと言い出し、なんとか作れるようになった。

完成しなかった数人の学生になぜ正三角形を作れなかったのか、その理由を尋ねた。チャシを用いたので、折り目が見えづらく、考えにくかった。折り目に注目が集まらなかった、という意見が多かった。そこで、無地のA4用紙を用いて、正三角形を折らせた。



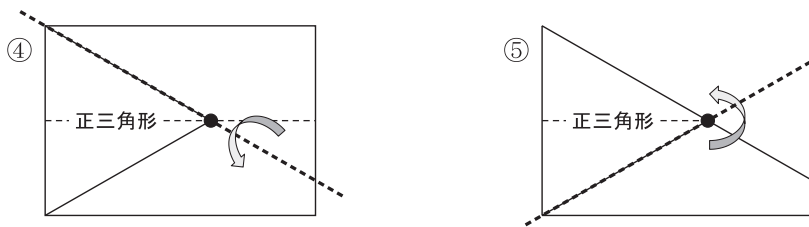


図3. 具体的な折り方

ちなみに、図3の④で正三角形になるように折るが、実際には裏側に折らないと、印が見えなくなる。⑤でも同様である。しかし、学生は用紙にペンで印を付けようとしな。印を付ける代わりに、縦に折り、横線と縦線の交点を目印として、折っていく（図4）。

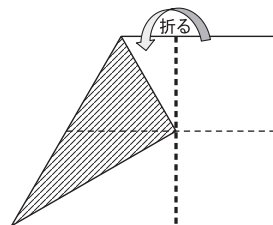
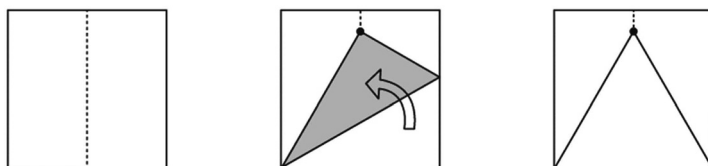


図4. 学生の折り方

辺の長さに注目したこの折り方は、正三角形の折り方として一般的である。『小学校学習指導要領解説 算数』には折り方がわざわざ図示してある（図5）。筆者も正三角形を作るにはこの方法しかないと思っていた。正方形から作っているが、考え方は同じである。

〔折り紙から正三角形を構成〕



①〔折り目を付ける〕 ②③〔右下の頂点を折り目の上に ④〔折り紙の頂点と印の点を重ねて、そこに印を付ける〕 を結ぶ〕

図5. 学習指導要領解説の折り方⁵⁾

3. 試行2回目

この折り方で正方形を折らせてから3か月後、同じように正方形を作る課題を与えた。すると、以前教えた方法で折る学生は47人中、3人しかいなかった。確かに1人の学生が成功すると、この方法が伝播し、同じ折り方になることは事実であるが、以前教えた折り方をする学生があまりにも少ない。

教えてから3か月も経つと、習った折り方は記憶に残っていないと学生たちは言っていた。試行錯誤する中で以下の折り方にたどり着いていた（図6）。

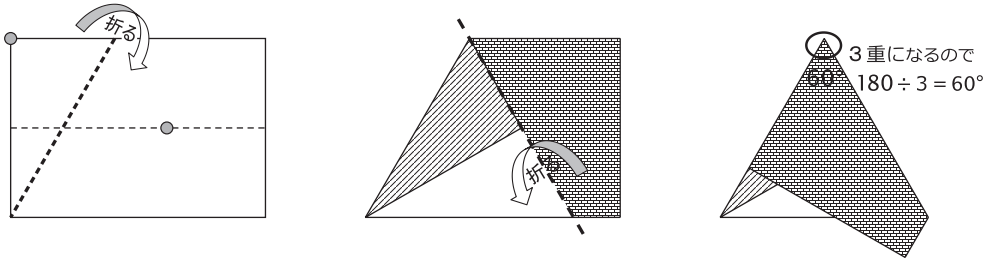


図6. 学生の折り方

なぜこの折り方を思い付いたのか尋ねると、

- ① 唯一思い出したのが、長辺に平行に折り目を付けることで、これを手掛かりに折っていった。
- ② 正三角形だから60度を目指す必要がある。頂点部分を3重にすれば60度が出ると思った。
- ③ 真っすぐに立った正三角形を作ろうとすると、この折り方になった。

確かに図3の正三角形は傾いている。最初から傾いた正三角形は作ろうとはしないだろう。

学生はこれで正三角形になっているとはっきり確信せず、何となく完成させていた。自分なりに工夫して完成させたことはすばらしいことである。しかし、正三角形であることを確信させるために、その理由を考えさせた (図7)。

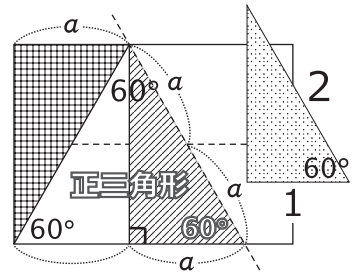


図7. 正三角形になる理由

4. 正方形から作る

今度は、正方形から、正三角形を作らせた。正方形は市販の折り紙を用いた。

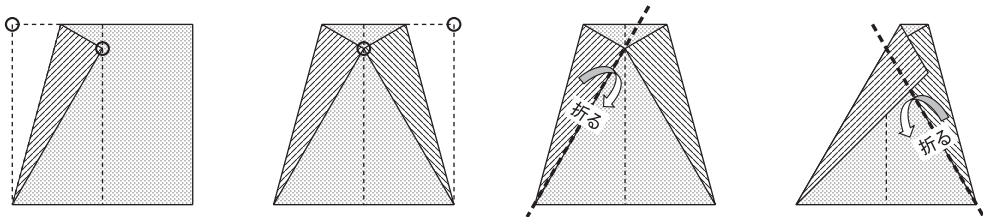


図8. 学生の折り方①

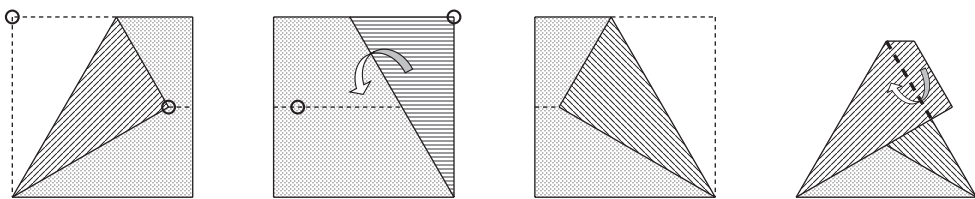


図9. 学生の折り方②

対称の軸を見つけ、左右の辺が等しいことを使った折り方である。この考え方に沿った折り方(図8と9)をした学生は56人中、5人だった。この場合は角度に注目した考えは出てこなかった。

なお、残りの学生は以下の折り方をしていった(図10)。どうしてこの折り方に気づいたのか学生に尋ねると、縦横に折り目を付けて適当に折っていったら、正三角形らしくなったと言っていた。

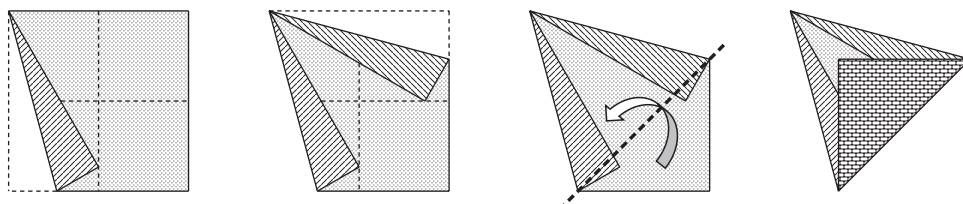


図10. 学生の折り方③

この三角形については、定規を使うと三辺が等しいことが、視覚的に分かる。理論的には考えさせることは難しい。しかし、この学習で、手を使った操作で具体的に考え、発見の楽しさを味わうことができていた。自由に作らせるという課題にすると、意外な発想が生まれてくる。

5. 応用・発展

(1) 入試問題への応用

この証明が佐賀県公立高校入試(2014年度)の問題にもなっている(図11)。

- 5** 下の[図1]のように、正方形ABCDがあり、辺AB上に点E、辺BC上に点Fをとり、 $\triangle DEF$ が正三角形になるようにする。 [図1]
このとき、(1)～(3)の各問いに答えなさい。

(1) $\triangle AED \equiv \triangle CFD$ であることを証明しなさい。

(2) $\angle ADE$ の大きさを求めなさい。

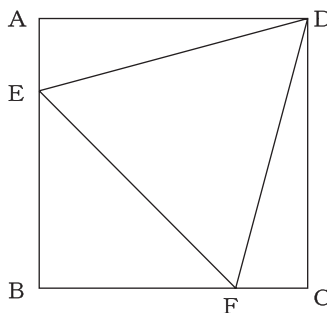


図11. 高校入試問題の一部⁶⁾

実際に、一辺が20cmの正方形から一辺が何cmの正三角形ができるかを、ピタゴラスの定理を用いて解いてみるように言った(図12左)。 $20\sqrt{2}(\sqrt{3}-1) \approx 20.7\text{cm}$ になり、一辺が正方形より大きな正三角形ができることが分かる(図12右)。

ちなみに、この変数の設定と数式では二重根号は出てこないが、他の設定と数式では二重根号をはずす必要がある場合がある⁴⁾。

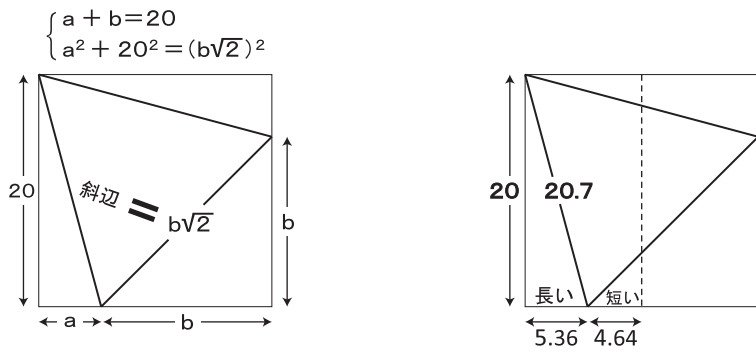


図12. 正三角形の一辺を求める

(2) 立体への応用

この折り方に類似したものに、三角錐の作り方がある(図13)。中点で折るところが要点である。点線を折り曲げると、垂直に立つ三角錐になる。平面図形から立体図形に変わる。

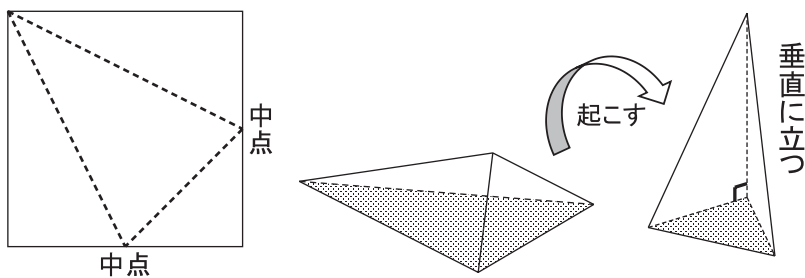


図13. 三角錐の折り方

この展開図と三角錐はよく知られた四面体である。そこで、正三角形の作り方から発展させて扱った。

ちなみに、大分県公立高校入試(2015年度)では、展開図を少し変形させて三角錐を作らせ、これに関して問いを設定している(図14)。右下の三角形を上方に移動させると、正方形の展開図になる。知らないと、この展開図で設問を考えていくが、知っていると、正方形の展開図で考えることができ、解答が容易になる。

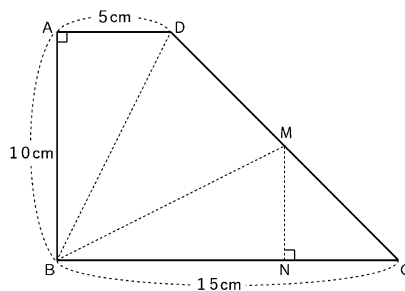


図14. 三角錐の折り方(高校入試問題の一部)⁷⁾

(3) 正六角形への応用

その他の発展として、正三角形から正六角形づくりを行うことができる。「正六角形を作るにはどうすればよいか」といきなり尋ねると非常に難しい課題になるが、正三角形づくりをした後に尋ねると、これがヒントになる。正三角形の各頂点を中心に向けて折ると正六角形になるが、実際にやってみると、このアイデアが学生から案外出にくい。

半分に折って中点を見つけ、折り目が1点で交わる点（重心）に向けて各頂点を折ると、正六角形になる（図15）。重心が中線を2：1の比で分割することも、この折り紙で証明でき、理解の一助とすることができる。

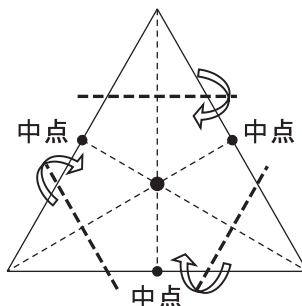


図15. 正六角形の折り方

また、日常生活では、雪の結晶や蜂の巣、ハニカム構造がこの正六角形になっている。ミクロの世界では、ベンゼン C_6H_6 の構造（亀の甲）や、鉛筆の芯である黒鉛も正六角形の連なった構造になっていて、安定した形であることも紹介すると面白いだろう。

6. おわりに

正三角形づくりは小学校第3学年の活動であるが、非常に奥の深いことが分かった。学生にとって教科書に載っている折り方は理解しづらいものだった。折り紙が得意で種々の作品を作る学生はいるが、そんな学生でも正三角形は作れないことが分かった。

無地のA4用紙を使うと、折り目が見えるようになり、理解が進む。特に、長辺に平行に折り目を付けるようにヒントを与えると、学生は様々な折り方を工夫することが分かった。

正三角形の性質（三辺が等しい）を本当に理解しているかどうかを試したい場合は、新聞のチラシを使うとよい。折り目が見えにくいので、半端に理解している場合は折り目を見落とし、作れない。

折り紙は折ってだけでなく、ペンで印を付けたり、元に戻したりすることもあり得ることを教える必要がある。

長方形から作る場合と、正方形から作る場合に分けると、活動の幅が広がる。

生徒の実態に合わせて、易しい課題から難しい課題まで展開することができる。最終的に、正三角形になっているのかを数学的に証明させると、中学・高校の数学の授業でも扱える学習内容になる。

文献

- 1) 文部科学省、『幼稚園教育要領』、教育出版、p.6、2008.
- 2) 厚生労働省、『保育所保育指針』、フレーベル館、p.19、2008.
- 3) 文部科学省、『小学校学習指導要領』、東京書籍、p.36、2009.
- 4) 阿部真由美、「正方形の中に面積が最大の正多角形を作る」、お茶の水女子大学附属高等学校研究紀要、Vol.51 p.135、2005.
- 5) 文部科学省、『小学校学習指導要領解説 算数』、東洋館出版社、p.126、2008.
- 6) <http://resemom.jp/feature/public-highschool-exam/saga/2014/math/question08.html>
- 7) <http://resemom.jp/feature/public-highschool-exam/oita/2015/math/question09.html>

受理日 平成28年10月3日