

# 正四角錐、正四面体を折り紙で作る方法とその利用

柿原 聖治

愛知東邦大学

# 正四角錐、正四面体を折り紙で作る方法とその利用

柿原 聖治\*

## 目次

1. はじめに
2. 折り方
  - (1) 正四角錐
  - (2) 正四面体
  - (3) 正八面体
  - (4) 双三角錐
3. 図画工作での利用
4. 数学での利用
5. 化学での利用
6. おわりに

## 1. はじめに

この研究は、正四角錐、正四面体などを折り紙で作る方法を考案し、それをどのような学習につなげることができるかについて提案することを目的とする。

円柱や角柱は小学校の第5、6学年で扱うが、円錐や角錐については学習指導要領に記述はない<sup>1)</sup>。しかし、教科書<sup>2)</sup>には四角錐の体積の求め方が載っているため、小学校段階で扱える内容である。錐体は、中学校第1学年の空間図形のところで扱う<sup>3)</sup>。

正四角錐などを折り紙で作る、その利用法について、教育学部の1年生71人を対象に実践した。

## 2. 折り方

まず、正四角錐といっても、どんな形なのかピンと来ない学生がいる。どこが四角形なのか、どこが「正」なのか、正四面体、正三角錐との違いは何か、等を教えた。それから折り紙で作る活動に入った。

これらの立体は、展開図の通りに折れば確かに作られる。しかし、一重の紙なので、できた立体はペラペラで不安定である。のりしろがないので、組み立てるのが難しい。そこで、安定した立体を作ることを考えた。のりしろを特別に用意しなくても作られるようにした。

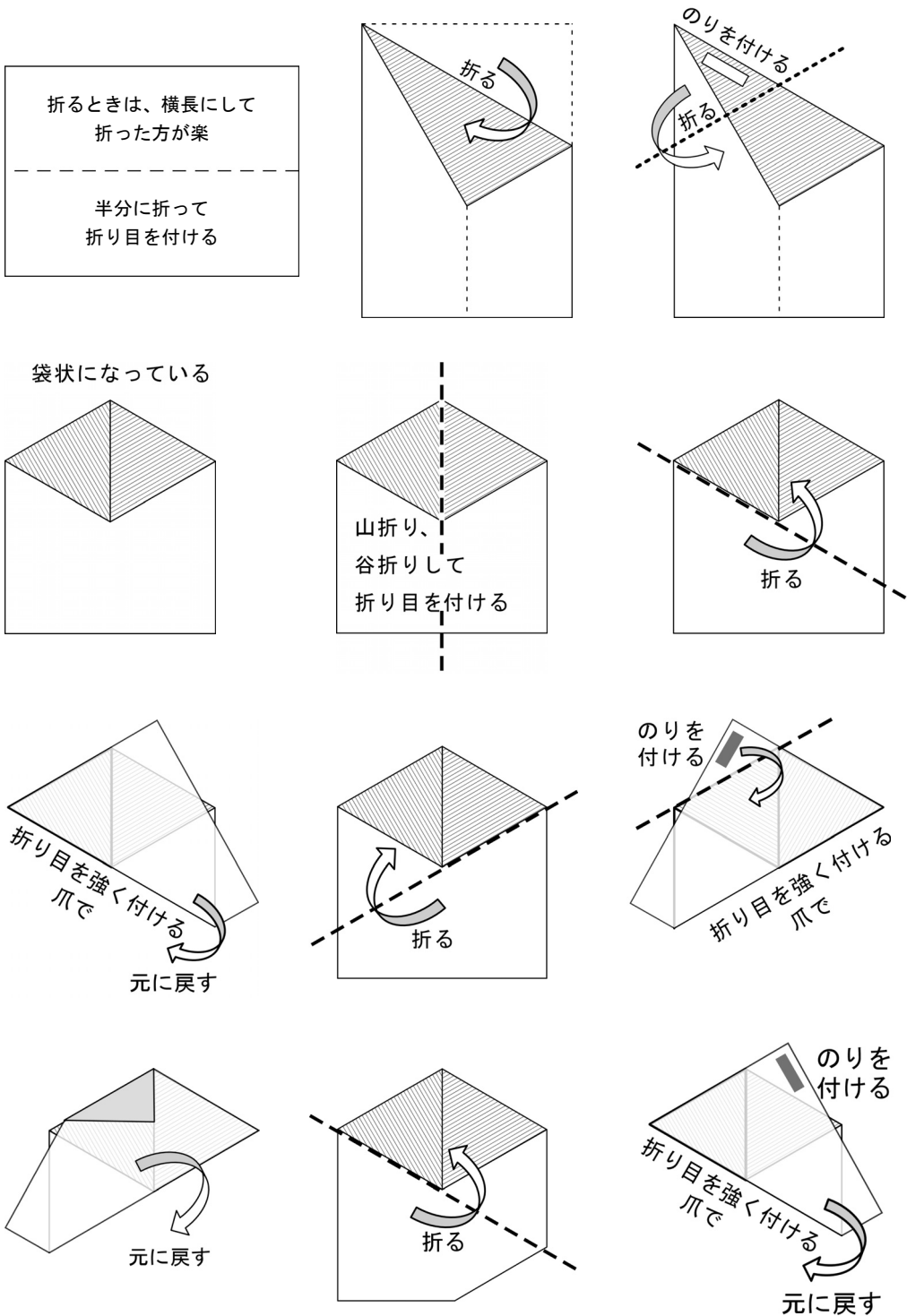
のりは、テープのりを使う方法が最も簡単で、確実に貼り合わせることができる。折った後、すべて山・谷両方に折り目を付ける。そうすることで、自然と立体が作られるようになる。

---

\* 愛知東邦大学教育学部

### (1) 正四角錐

A4用紙を横長にして、半分に折る。横長にする方が折りやすい。折り目を付けるだけで元に戻す。図1に作り方を示す。



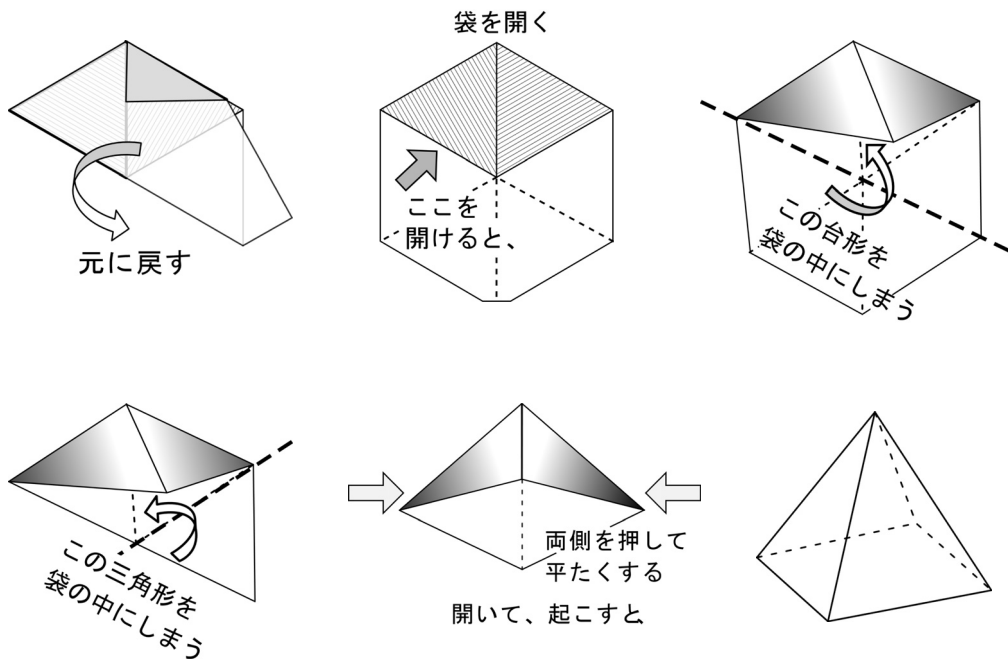


図1. 正四角錐の作り方

(2) 正四面体

この正四角錐には底がない。しかし、正四面体になると、底ができる。

作り方 (図2) : 正四角錐の側面で、厚さが最も薄い側面に折り目を付ける (左図)。内側に折り込んで、のりを付けて三角錐にする。のりしろのある底を取り付けると、出来上がる。

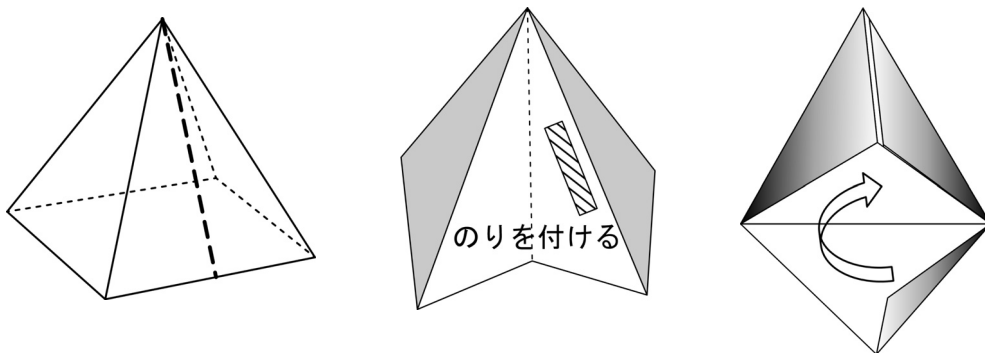


図2. 正四面体の作り方 (1)

他にも作り方がある (図3)。正四角錐の作り方と、ほぼ同じである。違いは、のり付けをしないところである。折り目を付けるだけにする。右図がのりしろのない普通の展開図である。これが中央の図とほぼ等しい。これには、のりしろがあり、紙が二重・三重になっているので、頑丈な正四面体ができる。

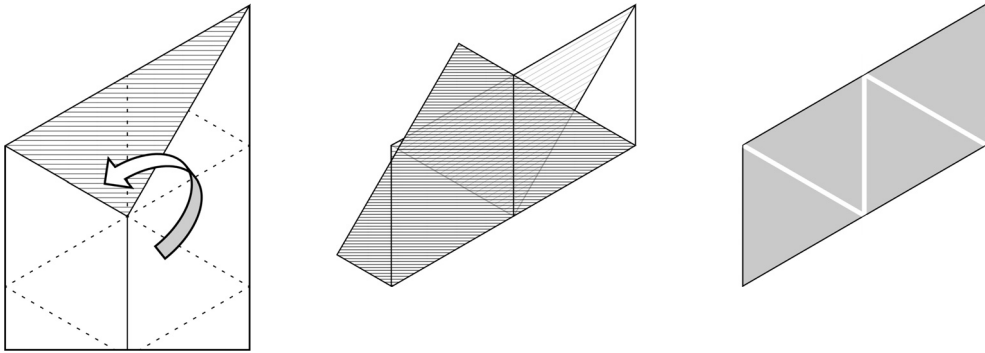


図3. 正四面体の作り方（2）

さらに、正四面体は、封筒からも作られる<sup>4)</sup>。以前、牛乳の容器としてよく使われていたテトラ・パックは正四面体である。今ではティーバッグや甘納豆、梅干しを入れる小袋として使われている。工場で製造する過程では、筒状のものを異なった2方向（ねじれの位置）から押しつぶして正四面体を作っている。この作り方が、封筒から正四面体を作る方法に類似している。

### (3) 正八面体

2つの正四角錐を上下にくっつけると、正八面体になる。単純に2つをくっつけると、のりしろがないので、合体させるのが難しい。テープで接合させることになるが、接触面がなく、不安定で、きれいに作れない。

そこで、簡単に合体させる方法を考えた。図4は、正四角錐を作る最後の段階である。左部分を内側にしまうと、正四角錐になるが、この左部分をのりしろとして使う。

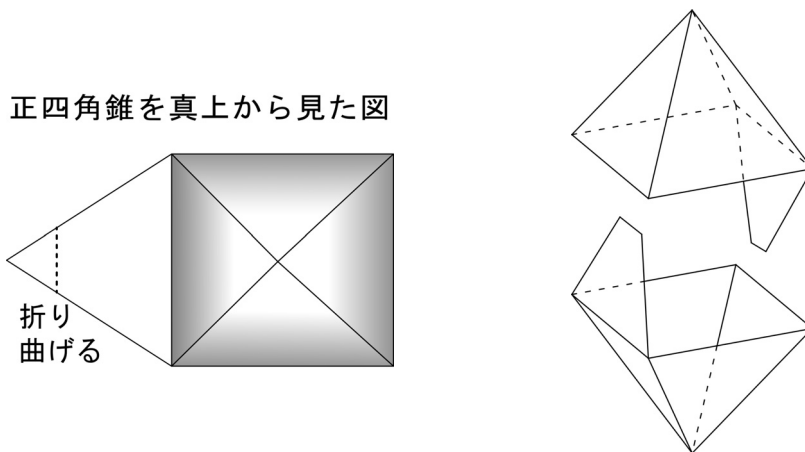


図4. 正八面体の作り方（1）

正四角錐をもう一つ作り、2個を上下にくっつけると、正八面体になる。その際、左部分の頂点を少し折って、台形にして2個の正四角錐を合体させると、きれいな正八面体になる。

もう一つの作り方がある(図5)。図3のものを2つ作る。折り目を付けた後、2つを合体させると、正八面体になる。のりしろがあるので、成形しやすい。

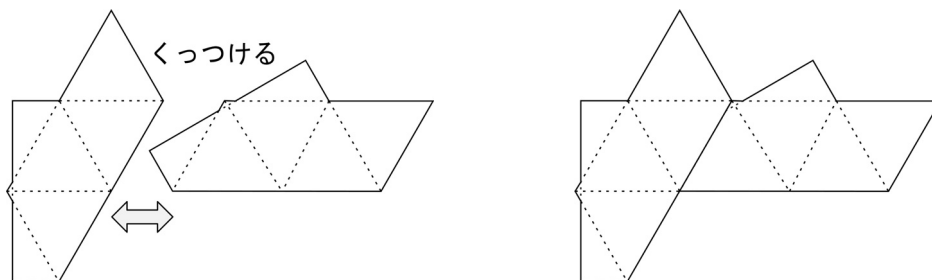


図5. 正八面体の作り方(2)

#### (4) 双三角錐

2つの正四面体を上下にくっつけると、双三角錐(デルタ六面体)になる。2つのものをくっつけば作られるのは当然である。

しかし、双三角錐は、1枚の紙から作られる(図6、7)。正四角錐づくりの途中から、変更できる。左図のへり部分をのり付けしないで組み立てる。

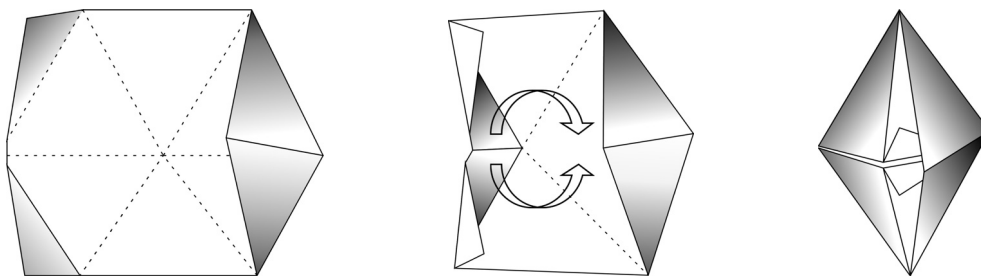


図6. 双三角錐の作り方(1)

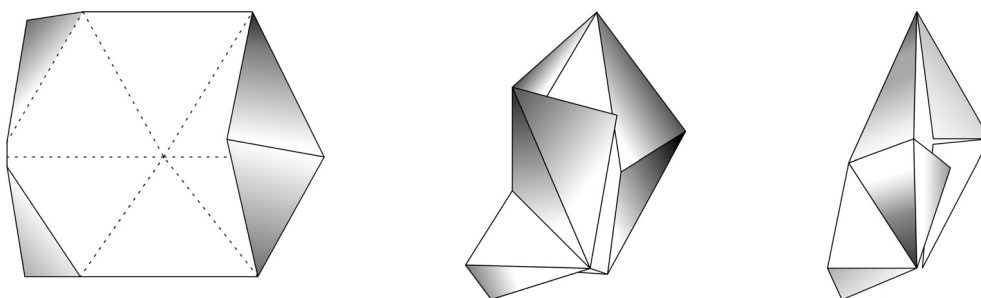


図7. 双三角錐の作り方(2)

学生に正四角錐を作らせた後、他にも工夫していろいろなものを作ることを課題として与えた。最初の部分の折り方だけを共通にして、あとは自由に作ってみるように指示した。そうすると、面白い立体ができたと言って見せに来た学生がいた。その形が双三角錐であった。すべての面が正三角形でできているので、正六面体のように思えるが、違う。各頂点に集まる面の数はすべて等しいのが正六面体で、立方体と同じである。出来上がった立体は、正三角形が3つ集まった頂点と4つ集まった頂点があり、双三角錐またはデルタ六面体とよばれるものである。

折り目をすべて山折り・谷折りにさせたことが、種々の立体づくりにつながった。

### 3. 図画工作での利用

ぺらぺらな正四角錐ではなく、がっちりした正四角錐ができるので、算数と図画工作の合科的な授業を実施した。「つくりだす喜びを味わう」という図画工作の目標を達成するために、まず厚紙で正四角錐や正四面体を作らせた。次に、4つの側面に、学生の好きな絵画を色マジックで描かせた。描く際には、立体の状態では描きにくいので、正四角錐を押しつぶして、平面にしてから描くように指示した。描いた後、立体に戻させた。

学生は、以下のようなものを描いていた。

- 4種類の動物、果物、花、天気
- 机上に置くためのメッセージ4つ
- 四コマ漫画のような流れのある絵画
- 4つの漫画のキャラクター
- ピラミッドのようなブロック模様
- 喜怒哀楽の表情
- 春夏秋冬の風景や遊び道具

学生は、「4」に関連のあるものを考えて、工夫して描いていた。数人の学生には教壇に出てもらい、作品の発表をしてもらった。

最後は、笹につり下げ、七夕かざりとして使った。

この他に、おもちゃづくりもできる。目を取り付けると、口をパクパクできる顔ができた。作り方は、同じ折り目を付けるが、のり付けをしない。図7の左図の袋状の部分を大きく開いて、図8の左図のようにする（のり付けしていないので、大きく広がる）。後は包み込むようにすると、正四面体が2つ結合したものができる。最後にこれが何に見えるかを考えさせ、絵を描き入れさせた。顔が尖っているので、鶏の顔に色づけする学生が多かった。

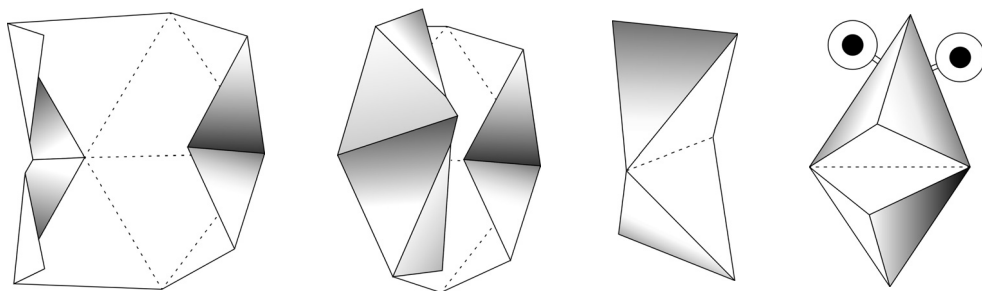


図8. パクパク人形の作り方

#### 4. 数学での利用

小学校段階では、三角柱や四角錐の形状の理解だけで済むが、中学校段階になると、それらを切断したときの断面積や切断部分の体積を求めることになる。立体を紙面に描くとき、遠近法で描くので、実際の形状がどうなっているのか理解しにくい。切断面が何度になっているのか想像することは難しい。立体を一方向から見たときの平面図に書き直して考え、問題を解くことになる。

たとえば、図9の正四面体で、左右の辺を1：2に分けた点と、中央の辺を2：1に分けた点をつないだ線を考える。線分ABとPQは斜めに交わっているように見えるが、実際は直角に交わっている。このように、立体の場合、平面図と違って、本当の角度がどうなっているのかを想像する必要がある。これが非常に難しいところである。

分らない学生には、紙上で説明してもなかなか理解してもらえない。そこで、折り紙で正四面体を作らせ、この問題を解かせた。そうすると、直交していることが容易に分かり、この図を使った問題も解答できるようになった。平面PQRで切断した体積を考える場合も、どこを底面にして、どこが高さになるかを理解させることが容易になった。実際に、はさみで切ることで立体図形の認識が容易になった。

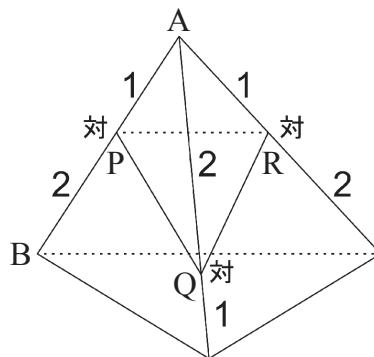


図9. 正四面体の問題

#### 5. 化学での利用

中学校で原子・分子を教えるときに重要なことは、立体的なイメージを持たせることである。都市ガスの主成分であるメタンは $\text{CH}_4$ と書くが、どんな形をしているかを考えたこともない学生が多い。図10の左図のように平面で書くこともあり、正四面体構造をしているとは思っていない。

右図が最も現実の形に近いが、結合角が分かりにくく全体的な形が捉えにくいという欠点がある。中央の図は、情報量が多く、それらの欠点を補うことができる。

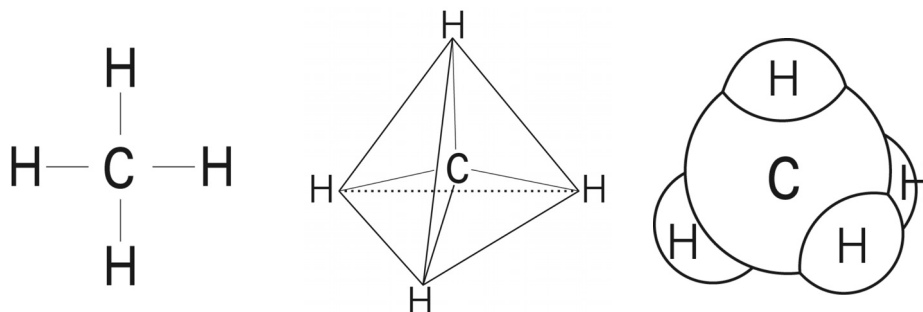


図10. メタンの立体構造



アルコールのメタノール $\text{CH}_3\text{OH}$ も、四面体の構造が基本で、それに少し変形が加わっている。四面体の中心にCがあり、3つの頂点にHがあり、1つの頂点にOHがある構造である。

硫酸の水溶液は  $\text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow 2\text{H}^+ + \text{SO}_4^{2-}$  となってイオンの形で運動しているが、この硫酸イオン $\text{SO}_4^{2-}$ も正四面体構造をしている。メタン分子と同様に、中心のSの周りにOが4つ結合している。紙面だけで反応を扱うことが多いので、硫酸イオンの立体構造まで考えが及んでいないのが現状である。

また、身近なもので、豆腐作りに使うにがりの主成分である塩化マグネシウムがある。水溶液では  $\text{MgCl}_2 \rightarrow \text{Mg}^{2+} + 2\text{Cl}^-$  となってイオンの形で運動している。マグネシウムイオンは  $\text{Mg}^{2+}$  と一般に書くが、正確には水和イオン $[\text{Mg}(\text{H}_2\text{O})_6]^{2+}$ として存在していて、正八面体構造をしている。正八面体の中央に $\text{Mg}^{2+}$ があつて、各頂点に6個の水分子 $\text{H}_2\text{O}$ が結合している。

化学反応はこういった立体構造をした分子の衝突で起こるものである。紙面でよくやる化学反応式の左右の辺の係数を合わせるような作業だけでは不十分である。身の回りにある物と同じように、ミクロの世界でも分子は立体形をしているというイメージを持たせることが極めて重要なことである<sup>5)</sup>。

## 6. おわりに

小学校学習指導要領にある「算数的活動」の一環として、この活動を行った。また、小学校の図画工作の一環として、この活動は扱えた。角錐の側面に絵画を描かせることで、学生は自分なりに考え、作品を作っていた。

この折り方の最大の長所は、最初の部分だけ同一にして、そこから発展させられるところである。正四角錐から正四面体、正八面体、双三角錐などに変えることができる。この作成方法の要は、折った後、山折り・谷折りの両方を行うことである。画一的に作らせるのではなく、学生の創意工夫する余地を残して作品づくりを行わせる。そうすることで、自然にいろいろな立体が作れるようになる。

このような立体の作り方は、高校の化学における分子のモデルにも使え、立体的なイメージを持たせるのにも効果的である。

## 文献

- 1) 文部科学省、『小学校学習指導要領』、東京書籍、2009.
- 2) 清水静海ほか、『わくわく算数6』、啓林館、p.248、2016.
- 3) 文部科学省、『中学校学習指導要領』、東山書房、2015.
- 4) 坪田耕三、『坪田耕三の切ってはって算数力』、教育出版、p.31、2016.
- 5) 理科教育研究会、『変わる理科教育の基礎と展望』、東洋館出版社、p.118、2002.

受理日 平成29年3月31日