

作図によるルーローの三角形、正六角形づくり
—算数的活動—

柿原聖治

愛知東邦大学

作図によるルーローの三角形、正六角形づくり —算数的活動—

柿原 聖 治*

目次

1. はじめに
2. ルーローの三角形
3. 正六角形づくり
4. パズルづくり
5. オリガミ六角形
6. 日常での正六角形
7. おわりに

1. はじめに

小学校第1学年の算数的活動として「身の回りから、いろいろな形を見付けたり、具体物を用いて形を作ったり分解したりする活動」がある。第3学年になると、「二等辺三角形や正三角形を定規とコンパスを用いて作図する活動」¹⁾がある。第4学年以降もずっと、「定規やコンパスを用いて作図したりする」²⁾とあり、コンパスを使った作図は、小学校段階において重要な学習内容になっている。正六角形とその作図法は、第5学年で学習する。

この研究の目的は、作図に精通した学生を育てるため、パズルづくり等を取り入れ、算数を学ぶことの楽しさや意義を実感させることである。

最も簡単な図形である三角形、それを少し変形させたルーローの三角形から授業を始めた。正三角形が6つ合わさった正六角形、そのパズルづくり、3回変色するオリガミ六角形づくりという流れにした。最後に日常生活の中にある六角形を探すという課題で締めくくった。

この内容は、教育学部の学生(百数名)、高校生(数十名)、小学生(十数名)に対して授業実践した。

2. ルーローの三角形

2.1 定幅曲線

図1上のように、横にした三角柱(断面は正三角形)の上に板を乗せて転がそうとしても、転がらない。そこで、角を取った三角形

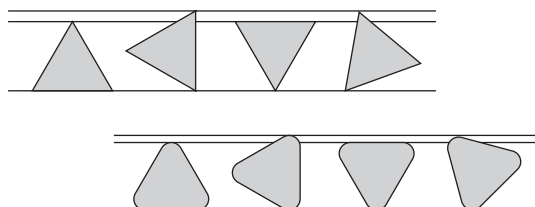


図1 三角柱を転がす

* 愛知東邦大学教育学部

で試す(図1下)。それでもガタガタする。もっと角を取った形でもダメである。

そこで、逆転の発想で、角を削るのではなく、角が出っ張らないように、周り(辺)を膨らます(図2)。それがルーローの三角形である。この三角形はどの部分も幅が一定で、定幅曲線ていふくと
言うことを教えた。円も定幅曲線である。ルーローの三角形は幅が一定なので自転車の車輪にも
使える。この三角形はフランツ・ルーロー(ドイツ人)の発明である。初代の内閣総理大臣・伊
藤博文とほぼ同時代の人で、数千年前からある幾何学の歴史から考えると、非常に最近の発明で
ある。

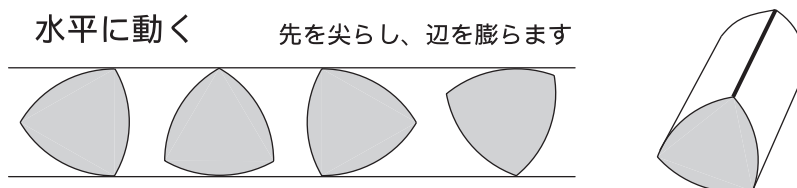


図2 ルーローの三角形は水平に動く

2.2 コンパスによる作図

「ルーローの三角形をコンパスで描いてみよう」という課題を与えた。「三つ輪を描けば簡単
にできる」というヒントを与えると、5分ほどで、1クラスで数人が描けるようになる。学生自
身に描き方を発見させることができ、達成感を味わわせられる課題にできた。

ロボット掃除機「ルーロ」、小岩井「生乳100%ヨーグルト」の蓋がルーローの三角形に類似し
ている。しかし、根本的に違っているところがある。それがどこかを見つけるように発問した。
比較させると容易に分かる。辺は丸みを帯びているが、頂点は尖っていなければならない。ギタ
ーのピックも先がやや丸くなっているので、完全なルーローの三角
形ではない。

マツダのロータリーエンジンには真のルーローの三角形が入っ
ている。プラスチックのモデルが市販されているので、それを提示し
た。

次に、図3を見せ、ルーローの三角形がこの中に入っていること
を言い、どこに入っているかを尋ねた。重なったものを含めると、
6個入っている。

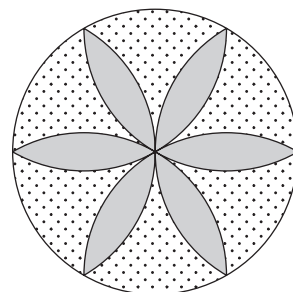


図3 ルーローの三角形さがし

図4のように輪を描くと、重ならないルーローの三角形がいくつもできる。これらの図は、学
生に自由にコンパスで図形を描かせていると、教師が教えなくても学生が自然に描いている。し
たがって、ルーローの三角形は気づかないだけで、これまでも描いているはずである。

ルーローの三角形に関する問題は、教員採用試験でも頻出である。半径 r の場合、その面積は $r^2/2(\pi-\sqrt{3})$ になる。中学校入試でも頻出であるが、ルートが使えないので、それを回避した問題に変えている。ルーローの三角形ではなく、その周辺の面積を求めさせる(図5)。色部分は移動させると、半円の面積($\pi r^2/2$)に集約できる(図6)。中学校入試では等積移動の基本問題として、この図形が多用されている。他にもルーローの三角形を模した、小学校6年生が解ける問題は多数あり、気づかぬうちに解いている。

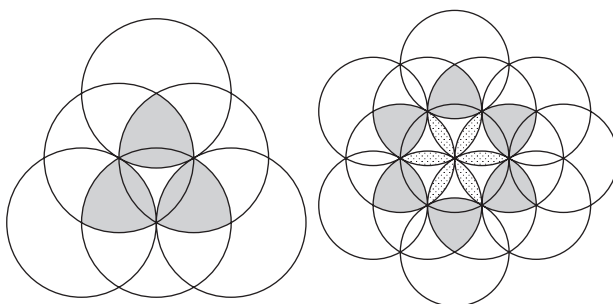


図4 ルーローの三角形づくり

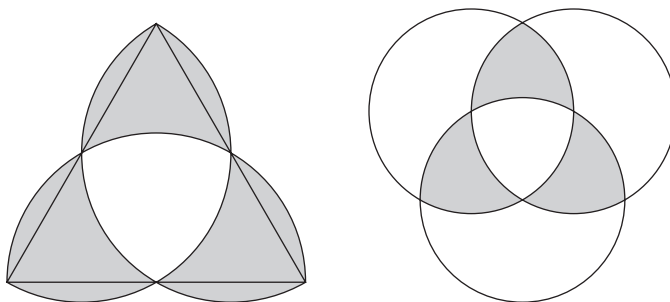


図5 ルーローの三角形の問題(小学生向け)

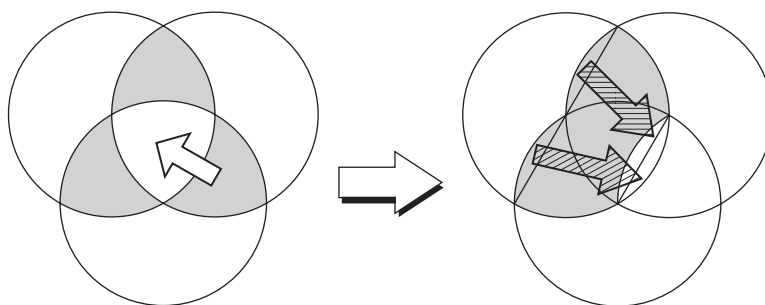


図6 等積移動で、ひとまとめにする

3. 正六角形づくり

正六角形の描き方は多くある。そこで、コンパスで正六角形を描く課題を与えた。「正六角形には正三角形が6つ入っている」というヒントを与えると、描けるようになる。円を1つ描いて、同じ半径でコンパスの針を4回動かすと描ける。

「正六角形が対称である性質を使うと、コンパスを2回動かすだけで描ける」と言って、他の描き方を考えさせた。「対称な図形についての理解」は第6学年の内容である。さらに「1回だけでも描ける」といって、描き方を工夫させた。

その他に、正三角形を描くとき、ルーローの三角形から正六角形に発展させることができる。三角形の頂点を中心に円を描くとルーローの三角形になる（図7左）。略さずに円を全部描くと、三つ輪になる（図7右）。

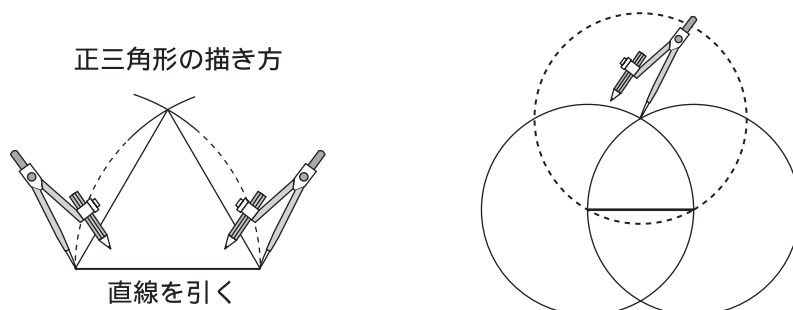


図7 正三角形の描き方から、ルーローの三角形へ

さらに円を2つ右側に足すと、正六角形を描くことができる（図8左）。斜線を継ぎ足すと、正六角形がいくつも描ける（図8右）。さらに円を2つ下側に足すと、図9になり、中心部分は図3と同じものができる。

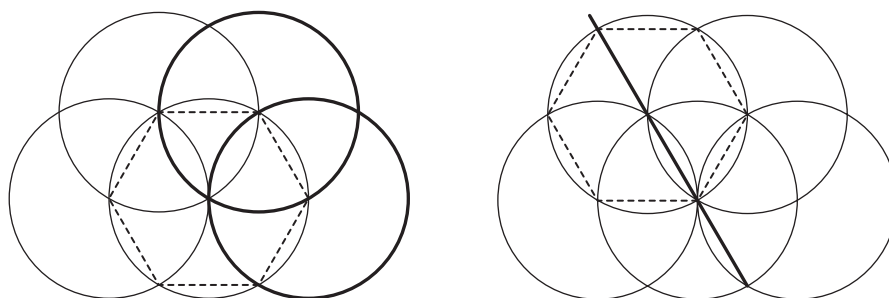


図8 ルーローの三角形の描き方から正六角形へ

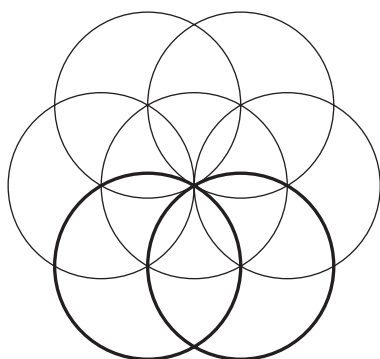


図9 ルーローの三角形と正六角形

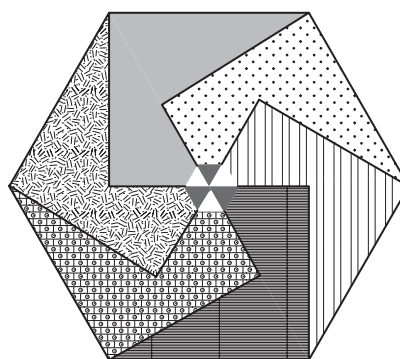


図10 コンパスを使った面白い図形

学生にコンパスを使った図形を描き、色づけする課題を与えると、様々な図形に仕上げる。その図形は正六角形になっていることが非常に多い（図10）。面白い作品はクラス全体に提示して、学生の達成感を味わせた。画一的な答えのある課題と違って、この課題は面白いものになった。

4. パズルづくり

4.1 台形を基にしたパズル³⁾

正三角形から頂点を切り取る（または折る）と台形になる（図11）。台形をパズルのパーツとする（図12）。これで様々な図形が作れる（図13）。厚紙を使い、色づけしたピースを作らせ、いろいろな形をつくる課題を与えた。

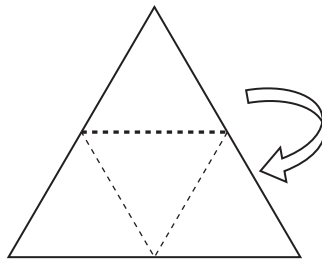


図11 台形ピースの作り方

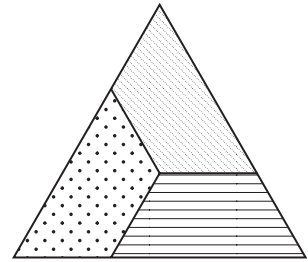


図12 台形による三角形づくり

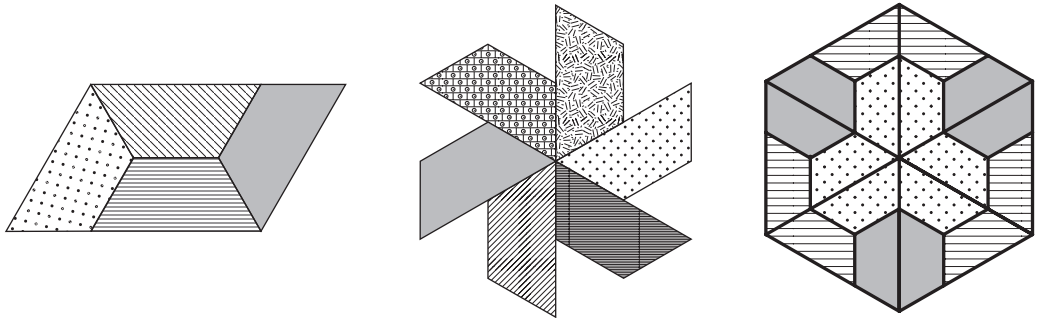


図13 台形ピースによるパズル

4.2 菱形を基にしたパズル

正三角形を2個くっつけた^{ひしがた}菱形をパズルのパーツとする（図14）。この菱形ピースを並べた正六角形は立方体に見え、立体パズルのようになる（図15）。

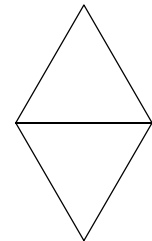
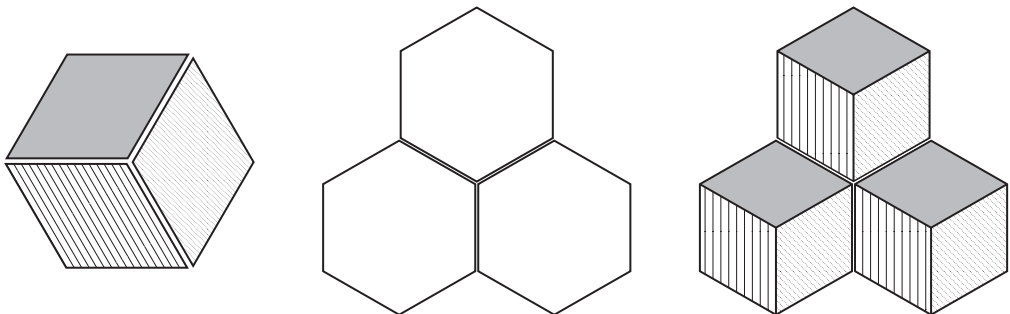


図14 菱形ピースの作り方



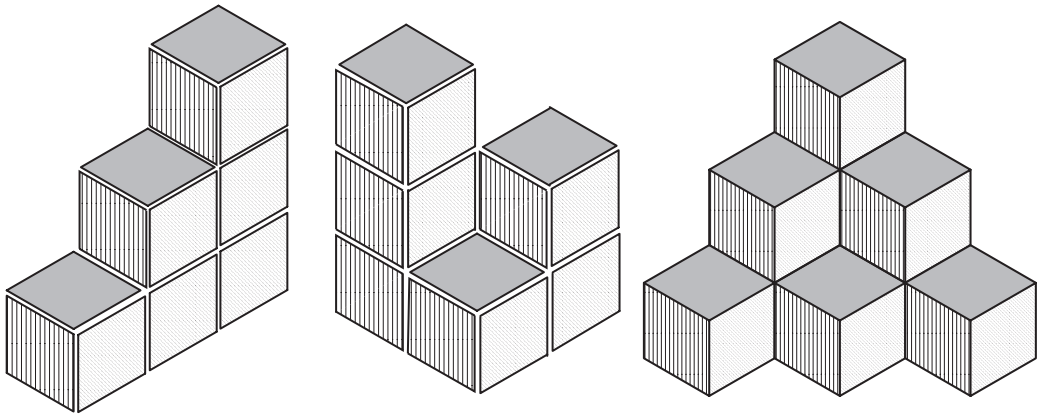


図15 菱形ピースによるパズル

5. オリガミ六角形

これはhexaflexagonが原語である⁴⁾。正三角形を十個描くだけなので、簡単に作図させ、作らせることができる。この活動で正六角形は、正三角形からできていることがよく分かる。

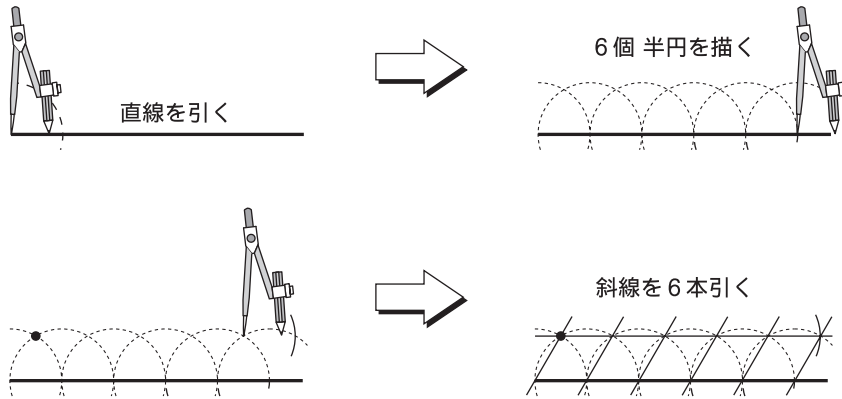
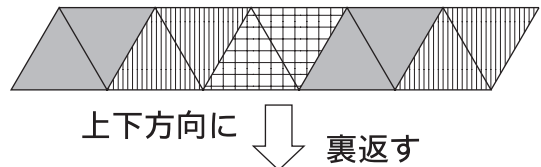


図16 オリガミ六角形の描き方

[描き方] 図16ように、水平線を引き、半円を6個描く。右端の半円を区切り、その交点を通る一直線を引く。斜線を6本引き、さらに傾きの異なる斜線を6本引く。この帯を切り取り、表と裏に、図のような色をつける(図17)。



[折り方] 同じ色になるように折って、正六角形にしていく。最後に、無色の三角形どうしを貼り合わせる。

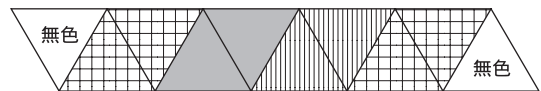


図17 オリガミ六角形の塗り方

[遊び方] 切れ目がある所を山折りにする(図18)。自然にその間は谷折りになる。ミカンの皮

をむくように、上の部分に指を差し込み、広げる。色が変わった正六角形になる。これを繰り返すと、3回色が変わる。同色の部分に、絵を描くと、三コマ漫画のようにもできる。

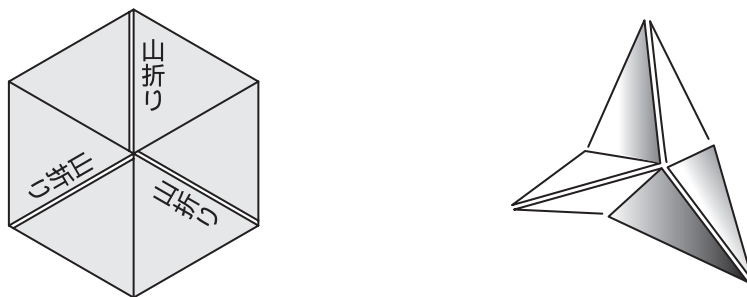


図18 オリガミ六角形の折り方・遊び方

6. 日常での正六角形

6.1 ロゴマーク

第6学年の教科書に「さがしてみよう 身のまわりの対称な形」が載っている⁵⁾。そこで、日常生活の中で見かける正六角形を探す課題を与えた。できるだけ多く挙げるように言うと、鉛筆、雪印、キッコーマンのマーク、正六角柱のお菓子の容器（コアラのマーチ）、サッカーのゴールネット、蜂の巣、亀の甲、六角ボルト・ナット、コンピュータ等の通気孔、インテリア関係の置物、マンホールの絵柄などが挙がる。イスラエルやブルンジ共和国、クロアチア、スロベニアの国旗、千葉、京都、佐賀の県旗には星形六角形が使われている。その他に、放射能の標識が正六角形を基調としている（図19）。

建物としてはジャカルタにあるHDI Hive（図20）があり、図9の絵柄は韓国^{ブサン}の釜山にあるLOTTE MALLの建物に使われている（図21）。

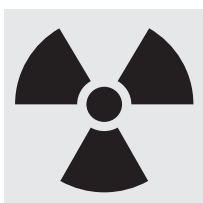


図19 正六角形を基調とした標識



図20 正六角形を用いた建物

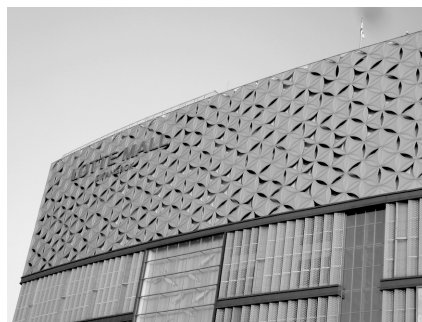


図21 正六角形模様の建物

6.2 ハニカム構造

ストローを、図22左のように並べる。しかし、この並び方は不安定で、図22右のような並び方になる。これで隙間も少なくなる（最密構造）。

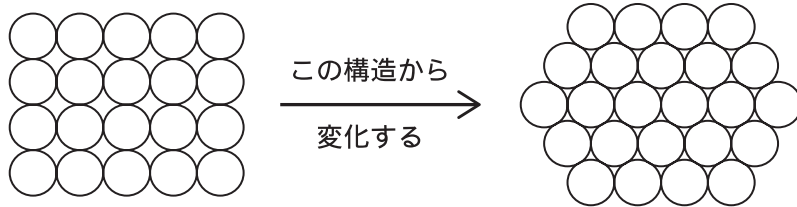


図22 ストローを並べる

図22右の構造物に、横や斜めから力を加えると、ずれ動く。それを解消した構造が、ハニカム構造である（図23）。どの方向から力を加えても、ずれ動かない。中空の正六角形を並べたハニカム構造、特にハニカム・サンドイッチ構造は、軽くて丈夫なので、航空機に用いられている。

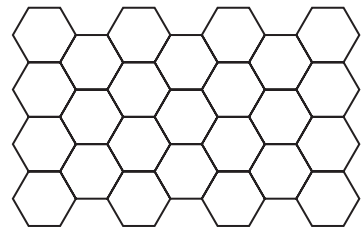


図23 ハニカム構造

7. おわりに

ルーローの三角形から、正三角形、正六角形、パズルづくりという、一連の授業にした。特にルーローの三角形は、気づかないだけで身近にあることに気づかせた。どれも自由にコンパスで作図させ、細かい指示は行わなかった。皆が画一的な作品を作らないように、自由度を残した課題にした。その結果、学生は興味をもって活動に取り組み、個性を發揮した作品を作っていた。

これらの図形は様々なところに見出され、自分たちの日常生活に生かされている。そのことを一連の授業で学生に気づかせ、発見することの楽しさや意義を実感させることができた。

文献

- 1) 文部科学省、『小学校学習指導要領』、東洋館出版社、p.38、2008.
- 2) 文部科学省、『小学校学習指導要領解説 算数編』、東洋館出版社、p.51、2008.
- 3) 細田和幸、宮里裕子、『脳いきいき！ 楽しい介護レク パズル遊び』、池田書店、p.10、2016.
- 4) 西山 豊、「ヘキサフレクサゴン (hexaflexagon) の一般解」、大阪経大論集、54(4)、p.153、2003.
- 5) 清水静海ほか、『わくわく算数6』、啓林館、p.276、2016.

受理日 平成30年3月23日